令和８年度

宇都宮大学第３年次編入学試験問題

データサイエンス経営学部データサイエンス経営学科

確率・統計

令和７年７月 18 日（金）
9 時 30 分～10 時 30 分(第一解答科目として選択した場合)
10 時 40 分～11 時 40 分(第二解答科目として選択した場合)

注　意　事　項

１．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけない。

２．「受験番号」は，各解答用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。

３．解答順（第一解答科目・第二解答科目）を選択し，解答用紙の試験科目名欄に科目名を記入すること。

４．この冊子には第１問から第３問がある。乱丁，落丁，印刷不鮮明の箇所があった場合には，申し出ること。

５．解答用紙は，３枚（両面）ある。解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。
　　所定の欄以外に記入したものは，無効である。

第 1 問 ある銀行は，全ての融資先企業に対し，財務状況などに基づいて以下の 4 段階の格付け (S・A・B・C) を行っている。過去の調査から，各格付けの割合とそれぞれの格付けにおける倒産率は次の表の通りである。

表 1：格付け別の企業構成比（全体に占める割合）

格付け	割合
S	10%
A	20%
B	40%
C	30%

表 2：格付け別の倒産率

格付け	倒産率
S	1%
A	5%
B	10%
C	20%

以下の設問 (1)~(5) に答えよ。ただし，事象 F の起きる確率を P(F)，事象 G が起きた条件下で事象 H が起きる条件付き確率を P(H|G) で表すとする。

(1) 全ての融資先企業の中から無作為に 1 社を選んだとき，その企業の格付けがそれぞれ S, A, B, C である確率 P(S), P(A), P(B), P(C) を求めよ。

(2) 倒産する事象を E で表すとすると，ある 1 社の融資先企業の格付けが S, A, B, C のそれぞれであるときに，その企業が倒産する確率 P(E|S), P(E|A), P(E|B), P(E|C) を求めよ。

(3) 全ての融資先企業の中から無作為に 1 社を選んだとき，その企業の格付けがそれぞれ S, A, B, C であり，かつ倒産する確率 $P(S \cap E)$, $P(A \cap E)$, $P(B \cap E)$, $P(C \cap E)$ を求めよ。なお，計算過程も記入せよ。

(4) 全ての融資先企業の中から無作為に 1 社を選んだとき，その企業が倒産する確率 P(E) を求めよ。なお，計算過程も記入せよ。

(5) 融資先企業のうち，ある 1 社が倒産したという情報が得られたとする。このとき，その企業が格付け B である確率 P(B|E) を求めよ。なお，計算過程も記入せよ。

第 2 問 ある都市では，交通事故の発生が 1 時間あたり平均 $\lambda\ (>0)$ 回の割合でランダムに発生し，$t\ (>0)$ 時間あたりの事故件数 X_t が $k\ (=0,1,2,\ldots)$ 回となる確率 $\mathrm{P}(X_t=k)$ は，

$$\frac{(\lambda t)^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda t}$$

とする（ただし $0!=1$）。また，交通事故の発生間隔を表す確率変数を T とし，その確率密度関数は $p(t)$ とする。
以下の設問 (1)〜(5) に答えよ。

(1) t 時間の間に交通事故が 1 回も発生しない確率を λ と t を用いて表せ。

(2) t 時間の間に交通事故が少なくとも 1 回は発生する確率を λ と t を用いて表せ。

(3) 交通事故の発生間隔が t 時間より大きくなる確率を $p(t)$ と積分記号を用いて表せ。

(4) 交通事故の発生間隔が t 時間以内となる確率を $p(t)$ と積分記号を用いて表せ。

(5) (2) と (4) の結果が等価であることを用いて，$p(t)$ の関数を求めよ。なお，計算過程も記入せよ。

第3問 n 個の確率変数 $\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ が互いに独立で，全てが同一の確率分布に従うとする。このことから確率変数 X_i $(i = 1, 2, \cdots, n)$ は全て同じ期待値 μ と分散 σ^2 となる。
以下の設問 (1)〜(8) に答えよ。ただし確率変数 X の期待値を $\mathrm{E}(X)$，分散を $\mathrm{V}(X)$ で表すとする。

(1) ある確率変数 X の分散が $(X - \mathrm{E}(X))^2$ の期待値で定義されることより，

$$\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2$$

となることを示せ。

(2) $\mathrm{E}({X_i}^2)$ を n, μ, σ のうち必要なものを用いて表せ。なお，計算過程も記入せよ。

(3) $i \neq j$ のとき，$\mathrm{E}(X_i X_j)$ を n, μ, σ のうち必要なものを用いて表せ。なお，計算過程も記入せよ。

(4) $\bar{X} = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i$ と定義する。$\mathrm{E}(\bar{X})$ を n, μ, σ のうち必要なものを用いて表せ。なお，計算過程も記入せよ。

(5) $\mathrm{E}(\bar{X}^2)$ を n, μ, σ のうち必要なものを用いて表せ。なお，計算過程も記入せよ。

(6) $\mathrm{V}(\bar{X})$ を n, μ, σ のうち必要なものを用いて表せ。なお，計算過程も記入せよ。

(7) 任意の正の実数 ε と確率変数 Y について，次の不等式が成立する。

$$\mathrm{P}\left(|Y - \mathrm{E}(Y)| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{\mathrm{V}(Y)}{\varepsilon^2}$$

ここで $Y = \bar{X}$ とし，n の無限大の極限を取って得られる不等式を書け。ただし，(4) と (6) の結果を用いること。

(8) (7) で導いた不等式から，

$$\lim_{n \to \infty} \mathrm{P}\left(|\bar{X} - \mu| \geq \varepsilon\right) = 0$$

が成立することを示せ。また，この式から $\bar{X}$ がどのような性質を持つことが分かるか，簡潔に述べよ。