

令和6年(2024年)10月入学/令和7年(2025年)4月入学(第1期)

地域創生科学研究科 博士前期課程

入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム

専門科目問題冊子

【専門科目】

「幾何光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2. 光工学プログラムでは、必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目の2科目を課します。
3. 問1～問2のすべてに回答してください。
4. 答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い、それぞれに受験番号を記入してください。
5. 外国人留学生特別選抜の受験者は、日本語・母語辞書(電子辞書・翻訳機等は除く)を使用することができます。
6. 試験終了後、解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和 6 年（2024 年）10 月入学／令和 7 年（2025 年）4 月入学（第 1 期）

地域創生科学研究科 博士前期課程 入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム

幾何光学

1

以下の各設問に対して，導出の根拠となる式や光線の図を示すとともに，回答を明記すること．

- (1) 屈折率 1.5 の媒質中を伝搬する光の速さを求めよ．ただし，真空中の光の速さを 3.0×10^8 m/s とする．
- (2) 以下の媒質中を伝搬する光の速さは，赤色と青色ではどちらの方が速いか？ただし，室温かつ通常の圧力下にあるとする．
 - (a) 不純物を含まない水
 - (b) 一般的なガラス窓
- (3) ガラス窓にスマートフォンの画面が映る様子を見ると 2 重の映像が見えた．この理由を光線の図を描いて説明しなさい．
- (4) 温泉に入っている時に，湯の中の自分の手を観察するとき，どのように見えるかについて，光線を描き，以下の[]で最も適切なものを記号で回答せよ．ただし，観察者の視点は空気中にあり，空気と湯の界面は水平面であるとする．
 - (a) 観察者の視点から手までの距離が，お湯がない時に比べて，[①近く，②同じ距離に，③遠くに] 見える．ただし，図示する際には手の中央部の上方に視点があるとして中指の先端 P がどの深さに見えるか示しなさい．
 - (b) 見かけの手の大きさは，お湯がない時に比べて，[①小さく，②同じ大きさに，③大きく] 見える．ただし，図示する際には手の中央部の上方に視点があるとして，中指の先端 P と手の平の付け根 Q がどこに見えるか示しなさい．

令和6年(2024年)10月入学/令和7年(2025年)4月入学(第1期)

地域創生科学研究科 博士前期課程 入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム

幾何光学

2

焦点距離 f_1 のレンズ1と焦点距離 f_2 のレンズ2について、図1に示すように2枚のレンズの光軸を一致させて距離 d だけ離して設置する。これらのレンズを理想的な薄肉レンズとして扱えるとして、光線の図を描くなど導出の根拠を示すとともに、回答を明記すること。

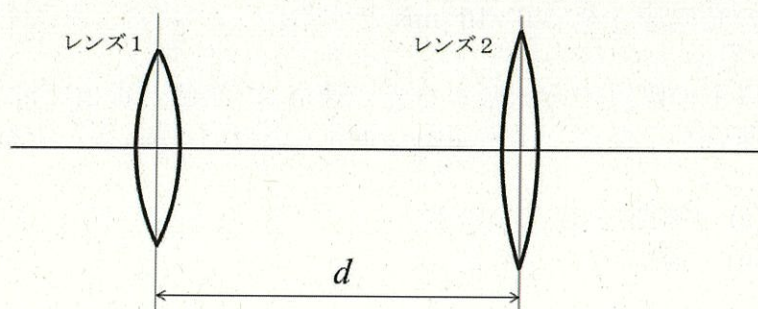


図1

- (1) $d = f_1 + f_2$ として、レンズ1の左側 f_1 の距離に位置する物体の像は、レンズ2の右側にどれだけの距離に形成されるか求めなさい。
- (2) $f_1 = 100 \text{ mm}$, $f_2 = 200 \text{ mm}$, $d = 300 \text{ mm}$, かつ、物体がレンズ1の左側 100 mm の距離に位置するとき、形成される像の大きさは物体の大きさの何倍になるか求めなさい。
- (3) $f_1 = 100 \text{ mm}$, $f_2 = 200 \text{ mm}$, $d = 330 \text{ mm}$, かつ、物体がレンズ1の左側 100 mm の距離に位置するとき、形成される像の大きさは物体の大きさの何倍になるか求めなさい。

- (4) $f_1 = 100 \text{ mm}$, $f_2 = 200 \text{ mm}$, $d = 300 \text{ mm}$ の光学系において, 図 2 に示すように, 透過率 100% で屈折率 $\sqrt{2}$ の材質からなる厚さ 2 mm の平行平板を, 光軸に対して 45° となるように挿入する. 平行平板の左側の表面は光軸上でレンズ 1 から右に 100 mm の距離に位置する. 物体がレンズ 1 の左側 100 mm の距離に位置するとき, 形成される像の位置は, この平行平板を挿入する前に対して, 光軸の上向きを正として何 mm ずれるか回答せよ.

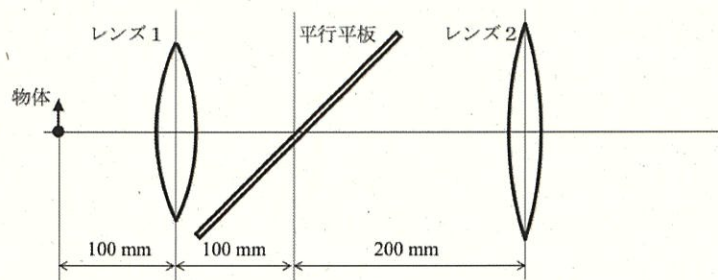


図 2

宇都宮大学地域創生科学研究科博士前期課程入試（第1期）

（令和6年10月入学及び令和7年4月入学）

令和6年8月23日実施

問題訂正

専攻・プログラム名：光工学プログラム

試験科目名：波動光学

<問題訂正>

波動光学 1 ページ 問 1 (4)

【誤】

時間の関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(w)$ は、積分を用いて式(m)と定義される。
この式は、 $f(t)$ が正弦関数 $\exp(iwt)$ の線形和で表現されることを意味し、
 $F(w)$ は正弦関数の(n)に対応する。

【正】

時間の関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(w)$ は、積分を用いて式(m)と定義される。
 $f(t)$ は正弦関数の(n)に対応する。

令和6年(2024年)10月入学/令和7年(2025年)4月入学(第1期)

地域創生科学研究科 博士前期課程

入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム

専門科目問題冊子

【専門科目】

「波動光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2. 光工学プログラムでは、選択の専門科目「波動光学」と必修の専門科目「幾何光学」の2科目を課します。
3. 問1～問3のすべてに回答してください。
4. 答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い、それぞれに受験番号を記入してください。
5. 外国人留学生特別選抜の受験者は、日本語・母語辞書(電子辞書・翻訳機等は除く)を使用することができます。
6. 試験終了後、解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和 6 年 (2024 年) 10 月入学 / 令和 7 年 (2025 年) 4 月入学 (第 1 期)

地域創生科学研究科 博士前期課程 入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム

波動光学

1

次の (a) ~ (t) に適切な用語・数値・数式を記入せよ。

- (1) 真空中を z 軸方向に伝搬する時刻 t での光波は, $u(z, t) = A \cos(kz - \omega t + \phi)$ で記述される. ここで A は (a), k は (b), ω は (c), および ϕ は (d) と呼ばれる. k と ω は, それぞれ, 波長 λ と周波数 f を使って, 式 (e) と式 (f) で記述される. また, 光波の重ね合わせや微分演算に便利のように, $u(z, t)$ は複素指数関数を用いて, 式 (g) で表現される.
- (2) 真空中を伝搬する光の周波数 f は, 光速 c と波長 λ を用いて, 式 (h) で記述される. この式を用いると, $\lambda = 400\text{nm}$, $c = 3.0 \times 10^8\text{m/s}$ の時, f は (i) と計算される.
- (3) ブリュスター角 θ_B とは, 入射面に対して平行な直線偏光である (j) 偏光成分の振幅反射率が (k) になるときの入射角である. 今, 光線が媒質 1 (屈折率 n_1) から媒質 2 (屈折率 n_2) ($n_1 < n_2$) に向かって伝搬するとき, 屈折率界面での θ_B は n_1 と n_2 を用いて, 式 (l) で記述される.
- (4) 時間の関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ は, 積分を用いて式 (m) と定義される. この式は, $f(t)$ が正弦関数 $\exp(i\omega t)$ の線形和で表現されることを意味し, $F(\omega)$ は正弦関数の (n) に対応する.
- (5) 矩形関数 $f(t)$ のフーリエ変換は (o) 関数である. また, ガウス関数のフーリエ変換は (p) 関数である.
- (6) 光波の時間コヒーレンスについて考える. 理想的な正弦波として振動する光波の持続時間 τ_c と光速 c の積は, (q) (l_c と定義する) と呼ばれる. 光波の τ_c とスペクトル幅 $\Delta\nu$ は不確定性関係式 (r) で表される. また, l_c は中心波長 λ_0 と波長幅 $\Delta\lambda$ を用いて, 式 (s) で表される. 例えば, $\lambda_0 = 550\text{nm}$, $\Delta\lambda = 300\text{nm}$ の光源の l_c は, (t) と計算される.

令和6年(2024年)10月入学/令和7年(2025年)4月入学(第1期)

地域創生科学研究科 博士前期課程 入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム

波動光学

2

図1に示すような、 z 軸に対して $\pm\theta$ の入射角を有する2つの平面波($u_1(x, z, t)$ と $u_2(x, z, t)$)のスクリーン上での干渉を考える。

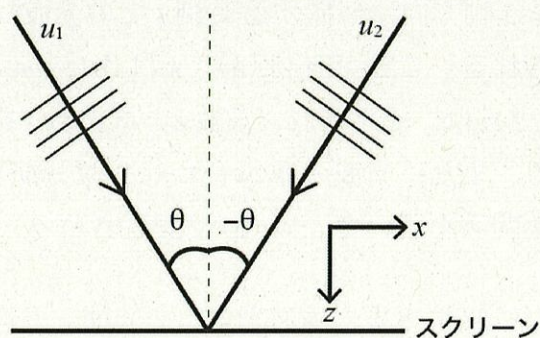


図1. 入射角 $\pm\theta$ を有する2つの平面波の干渉.

- (1) u_1 と u_2 を振幅 A , 波数 k , 角周波数 ω , 初期位相 ϕ を含む複素指数関数を用いて記述せよ. ただし, 2つの光波は, A , k , ω , ϕ がともに等しいとし, θ を用いて k を x 方向と z 方向に分解せよ.
- (2) (1)で求めた u_1 と u_2 がスクリーン上で重なると干渉波が生じる. 干渉した際の光波 u_3 を複素指数関数を用いて導出し, x 方向に定在波が生じることを説明せよ. なお, 式の導出過程も記すこと.
- (3) (2)で求めた干渉波の強度 I を式で記述せよ. また, 横軸 x , 縦軸 I としてスクリーン上に現れる干渉縞の概形をグラフに記せ. なお, グラフの横軸 x と縦軸 I に適切なメモリと値を記入せよ.
- (4) I の式より, 干渉縞の周期 p と θ の関係式を導出せよ. また, 波長 $\lambda = 633\text{nm}$ のHe-Neレーザーを用いて, $\theta = \pi/4$ で2光波を干渉させた場合の干渉縞の周期 p を計算で求めよ. ただし, $\sin(\pi/4) = 0.71$ とする.
- (5) u_1 に対して u_2 の初期位相を π だけ遅らせると, 形成される干渉縞はどのように変化するか, その場合の u_3 の式を導出して干渉縞の変化を説明せよ. また, 横軸 x , 縦軸 I としてスクリーン上に現れる干渉縞の概形をグラフに記せ. なお, グラフの横軸 x と縦軸 I に適切なメモリと値を記入せよ.

令和6年(2024年)10月入学/令和7年(2025年)4月入学(第1期)

地域創生科学研究科 博士前期課程 入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム

波動光学

3

図2に示すような, 開口からの光波の回折を考える. 振幅 A , 波数 k を有する平面波が, 開口の振幅透過率を表す関数 $g(\zeta, \eta)$ (開口の内側では1, 開口の外側では0) によって回折され, 開口から距離 r_0 だけ離れたスクリーン上に到達する. ホイヘンスの原理より, 開口内部から発生する2次波は球面波 $\exp(ikr)/r$ となり (r は開口の任意の点から観測点までの距離), それらの重ね合わせによって回折波が観測される. 開口面とスクリーン面における座標は, それぞれ, (ζ, η) , (x, y) と定義する.

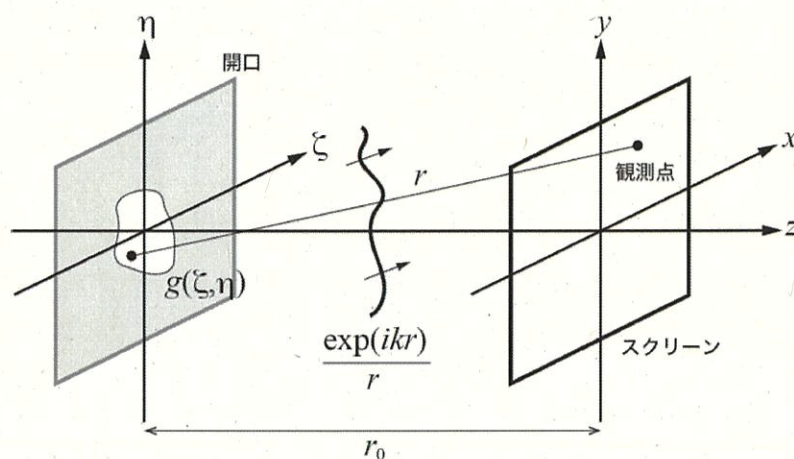


図2. 開口からの光波の回折.

(1) 観測点 (x, y) における光波の複素振幅 u を, A , $g(\zeta, \eta)$, $\exp(ikr)/r$ を用いたフレネル-キルヒホッフの回折式で記述せよ.

(2) 開口の任意の点から観測点までの距離 r は, $r = \sqrt{r_0^2 + (x - \zeta)^2 + (y - \eta)^2}$ となる. ここで, 距離 r_0 と比較して, 開口の大きさや観測領域が十分に小さいとき, 以下の近似式を用いて r を多項式で記述できる.

$$(1+x)^n \simeq 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$$

多項式の第3項 (x^2 の項) までを用いて, r の近似式を求めよ.

令和 6 年 (2024 年) 10 月入学／令和 7 年 (2025 年) 4 月入学 (第 1 期)

地域創生科学研究科 博士前期課程 入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム

波動光学

3

- (3) (2)で求めた r の近似式の第 2 項までを, (1)のフレネル-キルヒホッフの回折式に代入して, フレネル回折の式を導出せよ. なお, 式の導出過程も記すこと. ただし, 近軸近似を用いて, 球面波の振幅 $1/r$ は $1/r_0$ とする.
- (4) (2)で求めた r の近似式の第 3 項を用いて $|kr|$ を考える. フレネル回折の近似が成立する距離 r_0 の条件は, この $|kr|$ が 2π より十分に小さいとの仮定から導出できる. フレネル回折の近似が成立する r_0 の条件式を求めよ.

令和6年(2024年)10月入学/令和7年(2025年)4月入学(第1期)

地域創生科学研究科 博士前期課程

入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム

専門科目問題冊子

【専門科目】

「物理光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2. 光工学プログラムでは、選択の専門科目「物理光学」と必修の専門科目「幾何光学」の2科目を課します。
3. 問1～問3のすべてに回答してください。
4. 答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い、それぞれに受験番号を記入してください。
5. 外国人留学生特別選抜の受験者は、日本語・母語辞書(電子辞書・翻訳機等は除く)を使用することができます。
6. 試験終了後、解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和6年(2024年)10月入学/令和7年(2025年)4月入学(第1期)

地域創生科学研究科 博士前期課程 入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム

物理光学

1

正しい記述には○, 誤った記述には×を答えよ.

- (1) 電子レンジの扉の窓に設置された金属メッシュ板にあいた穴は, 調理に使われるマイクロ波の波長よりも十分に大きい. そのため, 金属メッシュ板によって人体に有害なマイクロ波は遮断される.
- (2) レイリー散乱による散乱光は, 電気双極子の振動方向と垂直方向に偏光している.
- (3) 一般的な透明物質においては, 光の波長に対して屈折率は一定である.
- (4) ヒトの眼において桿体や錐体といった視細胞が存在するのは, 網膜である.

2

以下の問いに答えよ.

- (1) 光学分野におけるスペクトルとは何か, 50字以内程度で簡潔に述べよ.
- (2) 月が地球の影に入る月食の際に月が赤くなる理由を, 以下の語句を用いて150字以内程度で簡潔に述べよ.

屈折率 レイリー散乱 減衰

(3) 光学顕微鏡による生きた細胞の蛍光イメージングにおいては、試料に励起光をあててその一部を蛍光物質に吸収させ、得られた蛍光を撮像器にて記録する。その際、図 1 (a) で示されるように対物レンズ側から励起光を試料に照射する落射照明がよく用いられており、図 1 (b) で示されるような対物レンズの反対側（透過照明のコンデンサ側）から励起光を試料に照射する透過照明が用いられることは少ない。蛍光観察の際の励起光照明に図 1 (a) で示される落射照明を用いる利点を 2 つ簡潔に述べよ。ちなみに、試料の励起と蛍光観察には異なる波長の光が用いられる。図 1 では、励起光源から観察試料に至る励起光を太い点線矢印、観察試料から撮像器に至る蛍光を太い実線矢印で示している。また、観察試料である生細胞が実際よりも大きく描かれており、いくつかの光学素子は省略されている。

(4) 図 1 にあるフィルターA の役割を簡潔に述べよ。

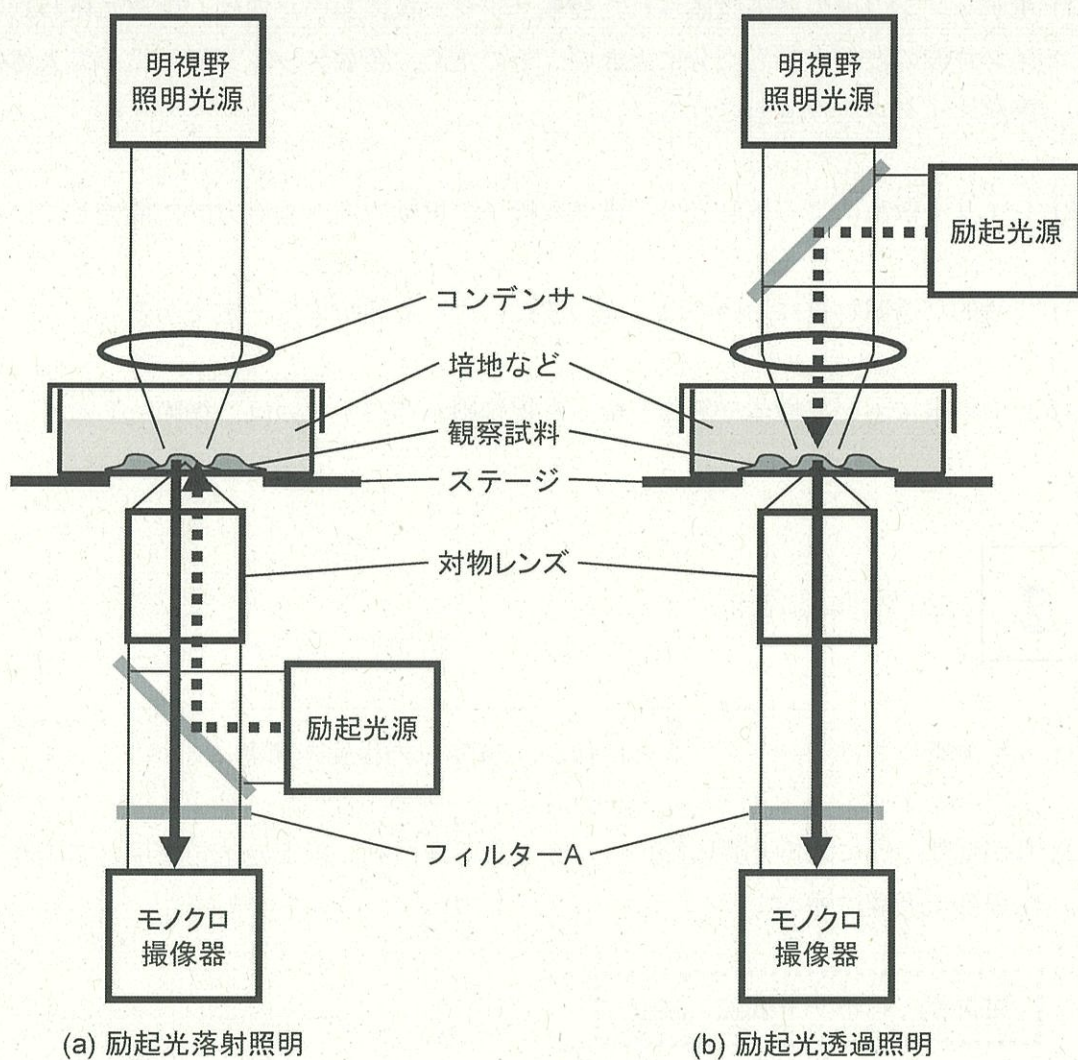


図 1

3

波数 k_1 と角周波数 ω_1 を持つ正弦波

$$u_1(z, t) = A \cos(k_1 z - \omega_1 t)$$

と、 $u_1(z, t)$ と伝搬方向が同じで、振幅が等しく、 ω_1 とわずかに異なる角周波数 ω_2 を持つ正弦波

$$u_2(z, t) = A \cos(k_2 z - \omega_2 t)$$

の重ね合わせを考える。二つの正弦波の波数の平均を $\bar{k}$ 、差の半分の数値を Δk 、角周波数の平均を $\bar{\omega}$ 、差の半分の数値を $\Delta\omega$ とする。すなわち、

$$\bar{k} = \frac{k_1 + k_2}{2}, \quad \Delta k = \frac{k_1 - k_2}{2}, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \quad \Delta\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$$

とする。以下の問いに答えよ。計算を行う場合は、計算過程も記述すること。ちなみに、以下の公式を利用してもよい。

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{(A+B)}{2} \cos \frac{(A-B)}{2}, \quad \cos A + \cos B = 2 \cos \frac{(A+B)}{2} \cos \frac{(A-B)}{2}$$

- (1) 波の重ね合わせを計算し、 $\bar{k}$ 、 Δk 、 $\bar{\omega}$ 、 $\Delta\omega$ を用いた二つの波の積の形で示せ。
- (2) (1) で求めた波の概形を、解答用紙の図にそって実線で図示せよ。補助線として破線を使用してもよい。解答用紙の図にある灰色の線を最大・最小振幅の場所とし、最大・最小振幅の値も図左側の四角点線内に示せ。
- (3) (2) の解答で示されるような、周波数がわずかに異なる正弦波を重ね合わせた時に生じる現象を何というか答えよ。

令和6年(2024年)10月入学／令和7年(2025年)4月入学(第1期)

地域創生科学研究科 博士前期課程

入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム

専門科目問題冊子

【専門科目】

「線形代数」

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2. 光工学プログラムでは、選択の専門科目「線形代数」と必修の専門科目「幾何光学」の2科目を課します。
3. 問1～問2のすべてに回答してください。
4. 答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い、それぞれに受験番号を記入してください。
5. 外国人留学生特別選抜の受験者は、日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
6. 試験終了後、解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

科目名 線形代数	専攻・学位プログラム名 工農総合科学専攻 光工学プログラム
-------------	-------------------------------------

次の設問(1), (2)に解答せよ。なお、解答は答えだけでなく、導出過程も明記せよ。

(1) 行列 A を、 $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ と定義する。行列 A の固有値を λ_j ($1 \leq j \leq N$, N は A の

異なる固有値の個数) とする。ただし、 λ_1 は A の実数の固有値のうちで最も大きい固有値となるように選ぶ。また、固有値 λ_j に属する固有ベクトルを p_j とする。以下の問いに答えよ。なお、ベクトルの内積 $a \cdot b$ は、4成分列ベクトル a, b の第 i 成分をそれぞれ a_i, b_i として $a \cdot b = \sum_{i=1}^4 a_i b_i$ と定める。

- (a) N の値およびすべての固有値 λ_j ($1 \leq j \leq N$) を求めよ。
- (b) $p_1 \cdot p_i = 0$ ($2 \leq i \leq N$) となる p_i と、その固有ベクトルが属する固有値をすべて求めよ。
- (c) (b) で求めた固有ベクトルすべて、すなわち、 $\{p_i \mid p_1 \cdot p_i = 0, 2 \leq i \leq N\}$ によって張られる $\mathbb{R}^4$ の部分空間を W とする。 W を求めよ。
- (d) $x \in \mathbb{R}^4$ から次の規則によって作られる $y \in \mathbb{R}^4$ への線形変換を考える。
 - $y \in W$
 - 任意の $p \in W$ に対し、 $(x - y) \cdot p = 0$

ただし、 W は (c) で求めた部分空間である。この線形変換の表現行列を求めよ。

(2) $\mathbb{R}^6$ から $\mathbb{R}^4$ への線形写像 f を考える。 f の表現行列が $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 4 & 12 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & -1 & -5 & 5 & -5 \\ -2 & 2 & -1 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & -5 & 5 \end{pmatrix}$

で与えられるとする。以下の問いに答えよ。

- (a) f の核 $\text{Ker}(f)$ を求めよ。
- (b) $\text{Ker}(f)$ の基底を1組求めよ。
- (c) f の像 $\text{Im}(f)$ の基底を1組求め、 $\dim \text{Im}(f)$ を求めよ。

令和7年(2025年)4月入学(第2期)
地域創生科学研究科 博士前期課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「幾何光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2. 光工学プログラムでは、必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目の2科目を課します。
3. 問題冊子に書かれたすべての問いに回答してください。
4. 答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い、それぞれに受験番号を記入してください。
5. 外国人留学生特別選抜の受験者は、日本語・母語辞書(電子辞書・翻訳機等は除く)を使用することができます。
6. 試験終了後、解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和7年4月入学（第2期）

地域創生科学研究科博士前期課程入学試験問題

科目名 幾何光学	専攻・学位プログラム名 工農総合科学専攻 光工学プログラム
-------------	-------------------------------------

1. 図1のように、 $y = ax^2$ で表せる放物面鏡がある。以下の問いに答えよ。導出過程は書かなくてもよい。

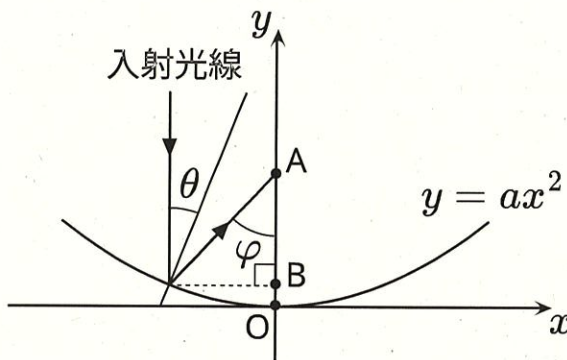


図 1

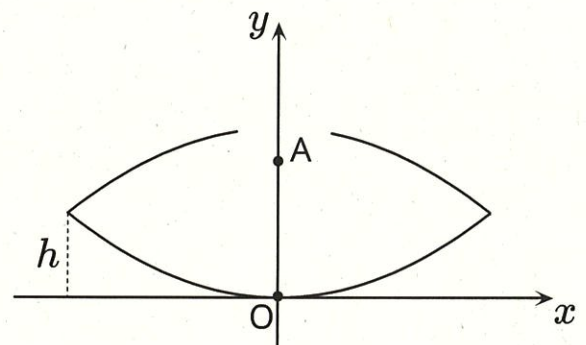


図 2

- (1) 入射角を θ としたとき、角度 φ を、 θ で表せ。
- (2) OB の長さを、 a 、 θ で表せ
- (3) AB の長さを、 a 、 φ 、 θ で表せ
- (4) OA の長さを、 a で表せ
- (5) 図1の入射光線より左側から y 軸と平行に入射した場合、反射光線の y 軸との交点の位置は、点 A と比較して上側に移動するか、下側に移動するか、変化しないか答えよ。
- (6) 図1の放物面鏡二つを図2のように合わせたとき、点 A の位置に虚像が見えるためには、物体を y 軸上のどの位置におけばよいか答えよ。ただし、 A の位置を $y = f$ とする。

2. 図3のように、曲面と平面からなる薄肉のレンズがあり、曲面の曲率半径を R とする。また、レンズの外側の媒質の屈折率を1とし、レンズの屈折率は $n > 1$ とする。また、点 O はレンズの曲面の曲率中心、点 D は x 軸に平行な光線と曲面の交点、点 E はレンズ中を屈折した光線と平面の交点、点 B は DE の延長線上にあるものとする。以下の問いに答えよ。

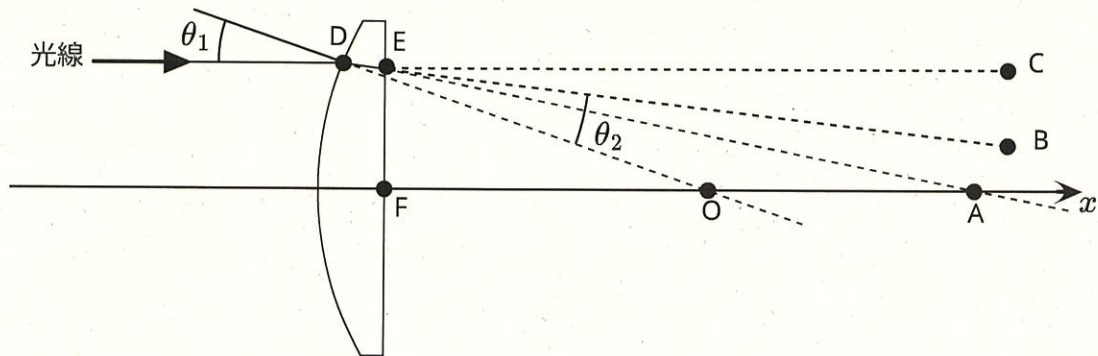


図 3

- (1) 平面を凸面に変えたとき、焦点距離は長くなるか、短くなるかどちらであるか答えよ。
- (2) 屈折率が正常分散を示すとき、青色光と赤色光のどちらの焦点距離が短くなるか答えよ。
- (3) レンズの位置を 0mm とし、レンズ右側が正になるように座標を定義する。焦点距離が $f = 100\text{mm}$ であるとき、 -200mm の位置にある物体は、どの位置に結像するか答えよ。
- (4) 焦点距離が $f = 100\text{mm}$ であるとき、 -50mm の位置にある物体は、どの位置に結像するか答えよ。
- (5) 正立像となるのは、(3)、(4)のどちらの場合であるか答えよ。
- (6) 虚像となるのは、(3)、(4)のどちらの場合であるか答えよ。
- (7) 角度 θ_2 を、 n 、 θ_1 で表せ。また θ_2 は θ_1 より大きい小さいか答えよ。
- (8) レンズ平面を透過し屈折した光線は、A、B、Cのうちどの方向に進むか答えよ。
- (9) 焦点を f としたとき、

$$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{R}$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\sin \theta \approx \theta$ 、 $\tan \theta \approx \theta$ とみなせるものとする。

令和7年(2025年)4月入学(第2期)
地域創生科学研究科 博士前期課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「波動光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2. 光工学プログラムでは、選択の専門科目「波動光学」と必修の専門科目「幾何光学」の2科目を課します。
3. 問題冊子に書かれたすべての問いに回答してください。
4. 答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い、それぞれに受験番号を記入してください。
5. 外国人留学生特別選抜の受験者は、日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
6. 試験終了後、解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和7年4月入学

地域創生科学研究科博士前期課程入学試験問題

科目名 波動光学	専攻・学位プログラム名 工農総合科学専攻 光工学プログラム
-------------	-------------------------------------

問題 1

図 1(a)に示されるように、直径 D 、焦点距離 f の無収差の円形のレンズに、波長 λ の平行光を入射する時、焦点面での光強度分布は、図 1(b)に示されるようになる。その集光径は、中心の光強度の最も高い点から、その光強度が最初に 0 になるまでの長さ（スポット半径） $r = 1.22 \lambda f / D$ で記述される。下記の(1)から(3)の問題に解答せよ。

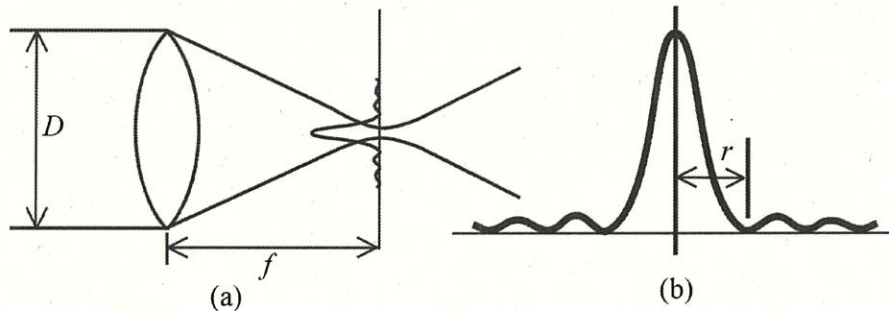


図 1 レンズの集光.

- (1) 図 1(b)に示される光強度分布は、何と呼ばれているか？
- (2) 波長 $\lambda = 630\text{nm}$ の赤色光を直径 $D = 10\text{mm}$ のレンズによりスポット半径 $r = 10\mu\text{m}$ に集光したいとき、レンズの焦点距離 f を求めよ。
- (3) また、そのレンズで、ブルーレイディスクに使われている青紫光 405nm の光を入射すると、赤色光より小さな集光径となる。その径は、何マイクロメートルになるかを求めよ。

問題 2

光を吸収する材料がある。その材料を厚さ 1mm に成形して、光を吸収するフィルタを作製した。光の吸収率を測定したところ、透過した光強度は入射した光強度の 10% であった。この素材を用いて、透過率 1% の光吸収フィルタを作製したい。素材の厚さを何 mm とすれば良いか説明せよ。ただし、フィルタ表面での反射ロスは無視するものとする。

問題 3

波長 800nm、パルス幅 100fs のレーザーパルスを繰り返し周波数 100MHz で出射する超短パルスレーザーシステムについて、以下の(1)から(5)の問いに解答せよ。なお、真空中の光速度を $c = 3.00 \times 10^8$ m/s とする。

- (1) 波長 800nm の周波数を計算せよ。
- (2) パルス幅 100fs の空間的な長さを計算せよ。
- (3) パルス幅 100fs の中に何波長分の波が含まれているかを計算せよ。
- (4) 繰り返し周波数 100MHz のパルスとパルスの時間的間隔は 10ns であるが、空間的にはどのくらい離れているか計算せよ。
- (5) (2)と(4)の計算結果から、光の存在する範囲が空間的に非常に狭いことが分かる。全空間に対する光が存在している領域の割合（デューティ比）を計算せよ。

問題 4

図 2 は、同じ角周波数 ω と同じ偏光を持つ 2 つの平面波の光を干渉させる 2 光束干渉を示す。第 1 の平面波 u_1 は、振幅を a_1 、進行方向を $\mathbf{k}_1 = \{k_{1x}, k_{1y}, k_{1z}\}$ 、初期位相を ϕ_1 とすると、位置 $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$ での光波は、

$$u_1 = a_1 \exp[i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}) - i\omega t + i\phi_1] \quad (4.1)$$

と表される。同様に、第 2 の平面波 u_2 は、

$$u_2 = a_2 \exp[i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}) - i\omega t + i\phi_2] \quad (4.2)$$

と表される。干渉縞分布 $I(\mathbf{r})$ は、

$$I(\mathbf{r}) = |u_1 + u_2|^2 \quad (4.3)$$

で得られる。ここで、それぞれの平面波の方向を

$$\mathbf{k}_1 = (k \sin \theta_1, 0, k \cos \theta_1) \quad (4.4)$$

$$\mathbf{k}_2 = (k \sin \theta_2, 0, k \cos \theta_2) \quad (4.5)$$

とする。以下の(1)から(3)の問いに答えよ。

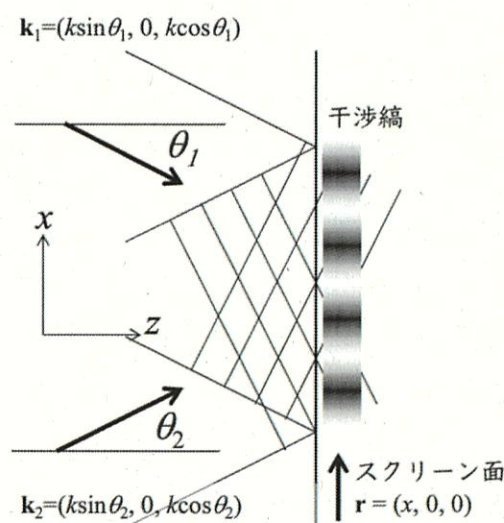


図 2 2 光束干渉.

- (1) 2 つの平面波が、1 次元のスクリーン $\mathbf{r} = (x, 0, 0)$ 上で干渉する時、その光強度分布求めると、

$$I(x) = I_0 [1 + m \cos(Kx + \phi)] \quad (4.6)$$

となる。式(4.3)に式(4.1)、式(4.2)、式(4.4)、式(4.5)を代入して、式(4.6)を導出し、 I_0, m, K, ϕ を求めよ。

- (2) $m=1$ の時、干渉縞のコントラストは最大になる、このとき、 a_1 と a_2 の関係はどうなるか？
- (3) 波長 $\lambda = 532\text{nm}$ 、2 つの光波の入射角を $\sin \theta_1 = -0.1$ と $\sin \theta_2 = 0.1$ とする時、干渉縞間隔 Δ を求めよ。

問題 5

図 3 に示されるように，スリットが間隔 d で無数に空いている回折格子に，波長 λ の光が角度 θ_1 で入射した時，角度 θ_2 の方向に回折した。この回折格子に関する以下の(1)から(4)の問いに答えよ。なお，図 3 は，1 次回折光のみを示す。

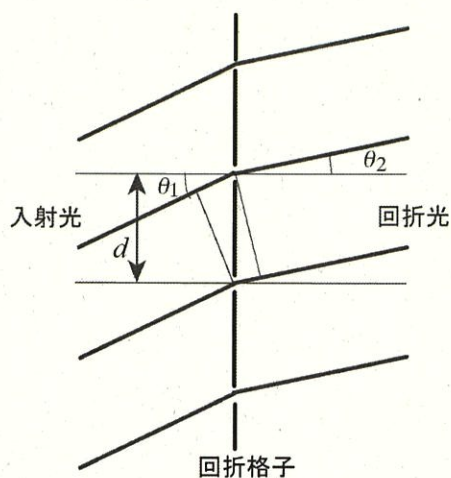


図 3 等間隔の無数のスリットによる光の回折

- (1) 波長 λ ，スリット間隔 d に対する，入射角 θ_1 と m 次回折光の回折角 θ_2 の関係を説明せよ。
- (2) 波長 633nm のヘリウムネオンレーザーから出射された光が，回折格子に垂直入射 ($\theta_1 = 0^\circ$) するとき，1 次回折光の回折角は 30° であった。スリット間隔 d を求めよ。
- (3) 波長 500nm の光が， $\theta_1 = 0.1$ ラジアンで回折格子に入射した場合，その 1 次回折光は， $\theta_2 = 0.05$ ラジアンの方向に回折した。その時のスリット間隔 d を概算せよ。
- (4) スリット間隔 $2.00\ \mu\text{m}$ の回折格子に波長 600nm の赤色光，波長 530nm の緑色光，波長 450nm の青色光をそれぞれの入射角度で入射して，3 色の光の 1 次回折光を回折角 $\theta_2 = 0$ で重ね合わせて出射したい。それぞれの入射角度を $\sin \theta_1$ の形式で解答せよ。また，その光の進行状態を図示せよ。

令和7年(2025年)4月入学(第2期)
地域創生科学研究科 博士前期課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「線形代数」

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2. 光工学プログラムでは、選択の専門科目「線形代数」と必修の専門科目「幾何光学」の2科目を課します。
3. 問題冊子に書かれたすべての問いに回答してください。
4. 答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い、それぞれに受験番号を記入してください。
5. 外国人留学生特別選抜の受験者は、日本語・母語辞書(電子辞書・翻訳機等は除く)を使用することができます。
6. 試験終了後、解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和7年4月入学（第2期）
地域創生科学研究科博士前期課程入学試験問題

科目名 線形代数	専攻・学位プログラム名 工農総合科学専攻 光工学プログラム
-------------	-------------------------------------

次の設問 (1), (2) に解答せよ。なお、解答は答えだけでなく、導出過程も明記せよ。

(1) 行列 A を、 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 7 \\ 4 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ と定義する。以下の問いに答えよ。

- (a) 行列 A の固有値をすべて求めよ。
- (b) 行列 A のそれぞれの固有値に属する固有ベクトルを求めよ。
- (c) 行列 A の対角化行列 P を1つ求めよ。ただし、対角化された行列で、対角成分が第1行から第4行に向かって大きくなる順に並ぶようにせよ。

(2) $\mathbb{R}^5$ から $\mathbb{R}^3$ への線形写像 f があり、その表現行列が $F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 & 7 & -1 \\ 1 & -4 & 2 & -5 & 5 \\ 2 & -1 & -3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ である

とする。 $\mathbb{R}^3$ から $\mathbb{R}^5$ への線形写像 g を考え、任意の $p \in \mathbb{R}^5$, $q \in \mathbb{R}^3$ に対して内積が $q \cdot f(p) = g(q) \cdot p$ をみたすとする。以下の問いに答えよ。なお、 n 成分ベクトルの内積は、 $a \cdot b = a^T b$ （ただし、 a^T は a を転置して得られる行ベクトル）と定義する。

- (a) 線形写像 g の表現行列 G を求めよ。
- (b) f の核 $\text{Ker } f$ の基底を1組求めよ。
- (c) W は、条件
 - $W \subset \mathbb{R}^5$
 - 任意の $p \in W$ は、任意の $q \in \text{Ker } f$ に対し $q \cdot p = 0$ となる
 を共にみたす集合とする。 W が $\mathbb{R}^5$ の部分空間であることを示せ。
- (d) (c) の W の基底を1組求めよ。
- (e) g の像 $\text{Im } g$ が (d) で求めた W の基底によって張られることを示せ。